

## **ZADANIA - ZESTAW 4**

### **Zadanie 4.1**

Rozpatrujemy SMO ze stratami, bez współpracy, średnio klienci zgłaszają się co 20 minut, a średni czas obsługi jednego klienta wynosi 5 minut.

Wyznacz minimalną liczbę stanowisk obsługi tak aby  $P_{\text{odm}} < 0,01$ .

Dla tak wyznaczonej liczby stanowisk wyznacz rozkład graniczny i oblicz prawdopodobieństwo:

- tego, że w SMO nie ma klientów,
- tego, że w SMO jest przynajmniej jeden klient,
- tego, że w SMO jest najwyżej jeden klient,
- tego, że czas między kolejnymi zgłoszeniami przekracza 0,5 godziny,

Wyznacz średnią liczbę klientów w SMO. Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Odp.  $n = 3$ ,  $m_{zs} = 0,25$ .

### **Zadanie 4.2**

Rozpatrujemy SMO ze stratami z jednym stanowiskiem obsługi. Wiadomo, że prawdopodobieństwa odmowy obsługi wynosi 0,375 oraz, że średnio klienci zgłaszają się co 20 minut. Ile wynosi średni czas obsługi jednego klienta w tym SMO?

Wyznacz rozkład graniczny tego procesu.

Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Odp. 12 minut

### **Zadanie 4.3**

Rozpatrujemy SMO ze stratami, bez współpracy z dwoma stanowiskami obsługi. Wiadomo, że prawdopodobieństwa odmowy obsługi wynosi 0,2 oraz, że średni czas obsługi jednego klienta w tym SMO wynosi 10 minut. Ile wynosi intensywność zgłoszeń w tym SMO?

Narysuj graf tego procesu.

Wyznacz rozkład graniczny tego procesu.

Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Odp.  $\alpha = 1$  więc  $\lambda = \mu = 6 \text{ zgł/godz}$

### **Zadanie 4.4**

Rozpatrujemy SMO ze stratami, bez współpracy. Wiadomo, że intensywność zgłoszeń jest równa intensywności obsługi. Średnia liczba zajętych stanowisk wynosi a) 0,5 b) 0,8

Ile jest stanowisk obsługi w tym SMO?

Odp. a) 1 b) 2

### **Zadanie 4.5**

Rozpatrujemy SMO z ograniczonymi stratami, bez współpracy z jednym stanowiskiem obsługi i jednym miejscem w poczekalni. . Wiadomo, że intensywność zgłoszeń jest równa intensywności obsługi. Wyznacz  $P_{\text{odm}}$ .

Narysuj graf tego procesu.

Wyznacz rozkład graniczny tego procesu.

Wyznacz średnią liczbę klientów w SMO.

Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Wyznacz średnią liczbę zajętych miejsc w poczekalni.

Odp.  $C_0 = C_1 = C_2 = 1/3$  więc  $P_{\text{odm}} = 1/3$ ;  $m_{zs} = 2/3$ ;  $m_k = 1/3$ ;  $m_{kl} = 1$

#### **Zadanie 4.6**

Rozpatrujemy SMO z ograniczonymi stratami, bez współpracy, średnio klienci zgłaszają się co 30 minut, a średni czas obsługi jednego klienta wynosi również 30 minut. W poczekalni są 2 miejsca. Wyznacz minimalną liczbę stanowisk obsługi tak aby  $P_{\text{odm}} < 0,001$ .

Dla tak wyznaczonej liczby stanowisk oblicz prawdopodobieństwo:

- tego, że w SMO nie ma klientów,
- tego, że w SMO jest przynajmniej dwóch klientów,
- tego, że w poczekalni jest najwyżej jeden klient,

Narysuj graf tego procesu.

Wyznacz średnią liczbę klientów w SMO. Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Wyznacz średnią liczbę zajętych miejsc w poczekalni.

Odp.  $n = 4$ ,  $m_{zs} = 0,999$ .

#### **Zadanie 4.7**

Rozpatrujemy SMO bez strat (nieskończona poczekalnia), mamy dwa kanały obsługi bez współpracy, średnio klienci zgłaszają się co 15 minut, a średni czas obsługi jednego klienta wynosi również 15 minut. Oblicz prawdopodobieństwo:

- tego, że w SMO nie ma klientów,
- tego, że w SMO jest przynajmniej dwóch klientów,
- tego, że w poczekalni jest najwyżej trzech klientów,

Narysuj graf tego procesu.

Wyznacz średnią liczbę klientów w SMO. Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Wyznacz średnią liczbę zajętych miejsc w poczekalni.

Odp.  $m_{zs} = 1$ ,  $m_k = 1/3$ .

#### **Zadanie 4.8**

Do SMO napłynęło zgłoszenie i rozpoczęła się jego obsługa. Wiadomo, że  $\lambda = 4 \text{ zgł/h}$ ;

$\mu = 2 \text{ zgł/h}$ . Obliczyć prawdopodobieństwo, że w czasie  $T = 15$  minut

- a) napłynie kolejne zgłoszenie,
- b) zakończy się obsługa zgłoszenia.

#### **Zadanie 4.9**

Rozpatrujemy SMO ze stratami, z pełną współpracą, średnio klienci zgłaszają się co 30 minut, a średni czas obsługi jednego klienta wynosi 15 minut.

Wyznacz minimalną liczbę stanowisk obsługi tak aby  $P_{\text{odm}} < 0,02$ .

Dla tak wyznaczonej liczby stanowisk:

Wyznacz średnią liczbę klientów w SMO.

Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Narysuj graf tego procesu.

#### **Zadanie 4.10**

Rozpatrujemy SMO z ograniczonymi stratami, z pełną współpracą, średnio klienci zgłaszają się co 20 minut, a średni czas obsługi jednego klienta wynosi 10 minut. W poczekalni jest 1 miejsce. Wyznacz minimalną liczbę stanowisk obsługi tak aby  $P_{\text{odm}} < 0,01$ .

Dla tak wyznaczonej liczby stanowisk:

Wyznacz średnią liczbę klientów w SMO.

Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Wyznacz średnią liczbę zajętych miejsc w poczekalni.

Narysuj graf tego procesu.

#### **Zadanie 4.11**

Rozpatrujemy SMO bez strat (nieskończona poczekalnia), mamy jeden kanał obsługi, średnio klienci zgłaszają się co 30 minut, a średni czas obsługi jednego klienta wynosi również 20 minut. Wyznacz średnią liczbę klientów w SMO.

Wyznacz średnią liczbę zajętych stanowisk.

Wyznacz średnią liczbę zajętych miejsc w poczekalni.

Narysuj graf tego procesu.

#### **Zadanie 4.12**

W SMO z ograniczonymi stratami bez współpracy stanowisk jest jedno stanowisko obsługi,  $\lambda = 4 \text{ zgł/h}$ ;  $\mu = 4 \text{ zgł/h}$ .

Wyznaczyć minimalną liczbę miejsc w poczekalni tak, aby  $p_{\text{odm}} < 0,005$ .

Dla tak wyznaczonego  $m$  oblicz

- średnią liczbę klientów w SMO,
- średnią liczbę zajętych stanowisk,
- średnią liczbę klientów w poczekalni,

Obliczyć prawdopodobieństwo, że czas między zgłoszeniami przekroczy 30 minut.

Narysuj graf tego procesu.

#### **Zadanie 4.13**

Rozpatrujemy SMO ze stratami, bez współpracy,  $n = 5$ .

Wyznacz (EXCEL) prawdopodobieństwa graniczne dla różnych wartości  $\alpha$ .

Zbadać zależność prawdopodobieństwa odmowy obsługi i średniej liczby zajętych stanowisk od  $\alpha$ .

#### **Zadanie 4.14**

Rozpatrujemy SMO z jednym stanowiskiem obsługi.

Wyznacz (EXCEL) prawdopodobieństwa graniczne dla różnych wartości  $\alpha$  i  $m$  (od  $m = 0$  do  $m = 5$ ).

Zbadać (EXCEL) zależność prawdopodobieństwa odmowy obsługi i średniej liczby klientów w SMO od  $\alpha$  i  $m$  (od  $m = 0$  do  $m = 5$ ).

#### **Zadanie 4.15**

Rozpatrujemy SMO ze stratami, bez współpracy, średnio klienci zgłaszają się co 30 minut, a średni czas obsługi jednego klienta wynosi 15 minut.

Wyznacz minimalną liczbę stanowisk obsługi tak aby  $P_{\text{odm}} < 0,05$ .

#### **Zadanie 4.16**

Rozpatrujemy SMO ze stratami, bez współpracy. Wiadomo, że średnio klienci zgłaszają się co 30 minut. Średni czas przebywania w SMO wynosi 0,5 godziny.

Ile wynosi średnia liczby klientów w SMO?

Odp. 1

#### **Zadanie 4.17**

W SMO z ograniczonymi stratami jest jedno stanowisko obsługi,  $\lambda = 4 \text{ zgł/h}$ ;  $\mu = 4 \text{ zgł/h}$ .

Wyznaczyć liczbę miejsc w poczekalni tak, aby prawdopodobieństwo, że stanowisko obsługi jest niezajęte wynosiło 0,25.

Dla tak wyznaczonego  $m$  oblicz

- a) średnią liczbę klientów w SMO,
- b) średnią liczbę zajętych stanowisk,
- c) średnią liczbę klientów w poczekalni,

Obliczyć prawdopodobieństwo, że czas oczekiwania na pierwsze zgłoszenie przekroczy 15 minut.

#### **Zadanie 4.18**

W SMO z ograniczonymi stratami,  $m = 20$  jest jedno stanowisko obsługi,  $\lambda = 3 \text{ zgł/min}$ ; średni czas obsługi jednego klienta wynosi 4 minuty.

Obliczyć prawdopodobieństwo odmowy obsługi. Co należy zmienić w tym systemie aby zmniejszyć prawdopodobieństwo odmowy obsługi.

Odp. 0,917

#### **Zadanie 4.18**

W SMO z ograniczonymi stratami,  $m = 20$  jest są trzy stanowiska obsługi (bez współpracy),  $\lambda = 3 \text{ zgł/min}$ ; średni czas obsługi jednego klienta wynosi 4 minuty.

Obliczyć prawdopodobieństwo odmowy obsługi.

Odp. 0,75

#### **Zadanie 4.20**

W SMO bez strat jest jedno stanowisko obsługi,  $\lambda = 1 \text{ zgł/min}$ ; średni czas obsługi jednego klienta wynosi 0,7 minuty.

Obliczyć średnią liczbę klientów w poczekalni.

Odp. 1,633