ZADANIA - ZESTAW 3

Zadanie 3.1

Cecha X populacji ma rozkład $N(m, \sigma)$. Z populacji tej pobrano próbę 17 elementową i otrzymano wyniki $\overline{x_{17}} = 19,3$, $s_{17} = 2,5$

a) Na poziomie ufności 0,95 znajdź przedział ufności dla wartości oczekiwanej m.
b) Na poziomie ufności 0,9 znajdź przedział ufności dla odchylenia standardowego σ.
c) Na poziomie istotności 0,01 sprawdź hipotezy $H_0(m=20)$, $H_1(m<20)$
d) Na poziomie istotności 0,02 sprawdź hipotezy $H_0(m=18,5)$, $H_1(m>18,5)$
e) Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezy $H_0(m=20)$, $H_1(m \neq 20)$
f) Na poziomie istotności 0,1 sprawdź hipotezy $H_0(\sigma = 1,6)$, $H_1(\sigma \neq 1,6)$
g) Na poziomie istotności 0,05 sprawdź hipotezy $H_0(\sigma = 1,0)$, $H_1(\sigma > 1,0)$

Porównaj wyniki z punktu a) i e) oraz b) i f).

(odp. a) <17,98; 20,62>, b) <2,01; 3,65>,
c) nie ma podstaw do odrzucenia H_0, d) nie ma podstaw do odrzucenia H_0,
e) nie ma podstaw do odrzucenia H_0, f) nie ma podstaw do odrzucenia H_0).

Zadanie 3.2

Waga paczki mąki jest zmienną losową X o wartości oczekiwanej m i odchyleniu standardowym σ. Z partii mąki wybrano losowo 100 paczek i obliczono, że $\overline{x}_{100} = 0,998$ kg, $s_{100} = 0,005$ kg.
Na poziomie istotności 0,01 sprawdź hipotezy $H_0(m=1,0)$, $H_1(m<1,0)$, Ile wynosi krytyczny poziom istotności? (odp. H_0 odrzucamy).

Zadanie 3.3

Na pudełkach zapałek jest napis: przeciętnie 48 zapałek. Z partii zapałek pobrano próbę 20 pudełek i obliczono, że średnia liczba zapałek w pudełku jest równa 47,5 szt. a odchylenie standardowe w tej próbie jest równe 3 szt. Zakładamy, że rozkład liczby zapałek w pudełku jest $N(m, \sigma)$. Na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ ustalić czy napis na pudełku jest zgodny z rzeczywistością. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

(odp. $u = -0,73$; K = $(-\infty; -2,54$>, krytyczny poziom istotności 0,24).

Zadanie 3.4

Sondaż opinii publicznej na temat frekwencji w zbliżających się wyborach wykazał, że w losowo wybranej grupie 500 osób 320 zamierza uczestniczyć w głosowaniu. Czy na poziomie istotności równym 0,05 można przyjąć, że ponad 60% ogółu osób zamierza wziąć udział w wyborach? Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

(odp. u = 1,82, k = 1,64, H_0 odrzucamy).

Zadanie 3.5

Wysunięto hipotezę, że Studenci AM palą papierosy rzadziej niż studenci AWF. W celu jej sprawdzenia wylosowano po 100 studentów z każdej z uczelni i zapytano ich czy palą. W grupie studentów AM papierosy paliło 34 osób, w grupie studentów AWF – 38 osób.

a) na poziomie istotności równym 0,02 zweryfikować prawdziwość postawionej hipotezy.
b) przy jakim poziomie istotności podjęta decyzja może ulec zmianie?

(odp. $u = -0,59$; K = $(-\infty; -2,05$>, krytyczny poziom istotności 0,28).

Zadanie 3.6

Czas przepisywania jednej strony przez maszynistkę (cecha X) jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. Wylosowano próbę 9 maszynistek i otrzymano średnią 7 minut i odchylenie standardowe 2 minuty. Czy na poziomie istotności $\alpha = 0,1$ można twierdzić, że średni czas przepisywania jednej strony przez maszynistki jest wyższy niż 5 minut (tyle wynosi norma) ? Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

(odp. $u = 2{,}83$; K = <1,4; ∞), krytyczny poziom istotności 0,01).

Zadanie 3.7

Zakłada się, że rozkład średnicy produkowanych nitów jest rozkładem normalnym o odchyleniu standardowym 0,1 mm. Dokonano 20 pomiarów średnicy losowo wybranych nitów, otrzymując wariancję 0,0225 mm^2. Przyjmując poziom istotności równy 0,1; zweryfikować hipotezę, że faktyczna wariancja średnicy nitów jest zgodna z zakładaną normą. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

(odp. $u = 45$; K = <27,204; ∞); brak zgodności z normą

Zadanie 3.8

Badaną cechą jest czas świecenia żarówek. Dwie identyczne maszyny produkują żarówki. Wylosowano po 10 żarówek z produkcji poszczególnych maszyn i obliczono, że:

$$\bar{x}_1 = 2063, \quad \bar{x}_2 = 2059, \quad \sum (x_{1i} - \bar{x}_1)^2 = 86, \sum (x_{2i} - \bar{x}_2)^2 = 84,$$

Zakładając, że badane cechy mają rozkłady normalne sprawdzić czy na poziomie istotności 0,05 można uznać, że średni czas świecenia żarówek produkowanych przez obie maszyny jest taki sam. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

(wsk. można przyjąć, że wariancje są sobie równe bo identyczne maszyny, $u = 2{,}9$).

Zadanie 3.9

Z partii procesorów wylosowano próbę liczącą 10 sztuk i otrzymano, że średni bezawaryjny czas ich pracy wynosi 6 lata, przy odchyleniu standardowym 0,8 lat. Sprawdź hipotezy: zerową, że średni bezawaryjny czas pracy procesorów w całej partii wynosi 5 lat i alternatywną, że jest różny od 5 lat. Przyjmij poziom istotności 0,1. Zakładamy, że czas bezawaryjnej pracy procesora ma rozkład normalny.

Zadanie 3.10

Dokonano 9 pomiarów napięcia sieci energetycznej i otrzymano odchylenie standardowe z próby równe 5,5. Zakładamy, że pomiary mają rozkład normalny.

Na poziomie istotności $\alpha = 0{,}01$ sprawdzić hipotezy $H_0(\sigma = 6)$ i $H_1(\sigma < 6)$.

Określić ile wynosi krytyczny poziom istotności.

Zadanie 3.11

Korzystając z podanych poziomów istotności i krytycznych poziomów istotności określić w których przypadkach należy odrzucić hipotezę zerową.

(a) $\alpha = 0{,}08$, $\hat{\alpha} = 0{,}15$;

(b) $\alpha = 0{,}1$, $\hat{\alpha} = 0{,}07$;

(c) $\alpha = 0{,}01$, $\hat{\alpha} = 0{,}25$;

(Odp. b) H_0 odrzucamy, a), c) brak podstaw do odrzucenia H_0.

Zadanie 3.12

Korzystając z podanych informacji wyznaczyć zbiory krytyczne potrzebne do sprawdzania sugerowanych hipotez. $X - N(m, 5)$, $H_0(m = 10)$, $n = 15$,

(a) $H_1(m > 10)$, poziom istotności 0,04;

(b) $H_1(m < 10)$, poziom istotności 0,02;

(c) $H_1(m \neq 10)$, poziom istotności 0,08;

Zadanie 3.13
Korzystając z podanych informacji wyznaczyć zbiory krytyczne potrzebne do sprawdzania sugerowanych hipotez. X – N(m, σ), $H_0(m = 10)$,
(a) $H_1(m > 10)$, n = 5, poziom istotności 0,04;
(b) $H_1(m > 10)$, n = 15, poziom istotności 0,04;
(c) $H_1(m < 10)$, n = 10, poziom istotności 0,02;
(d) $H_1(m < 10)$, n = 10, poziom istotności 0,1;
(e) $H_1(m \neq 10)$, n = 5, poziom istotności 0,04;

Zadanie 3.14
Korzystając z podanych informacji wyznaczyć zbiory krytyczne potrzebne do sprawdzania sugerowanych hipotez. $H_0(m = 10)$, n = 150.
(a) $H_1(m > 10)$, poziom istotności 0,01;
(b) $H_1(m < 10)$, poziom istotności 0,06;
(c) $H_1(m \neq 10)$, poziom istotności 0,1;

Zadanie 3.15
Korzystając z podanych informacji wyznaczyć zbiory krytyczne potrzebne do sprawdzania sugerowanych hipotez. X – N(m, σ), $H_0(\sigma = 5)$,
(a) $H_1(\sigma > 5)$, n = 5, poziom istotności 0,01;
(b) $H_1(\sigma > 5)$, n = 15, poziom istotności 0,01;
(c) $H_1(\sigma < 5)$, n = 10, poziom istotności 0,01;
(d) $H_1(\sigma < 5)$, n = 10, poziom istotności 0,1;
(e) $H_1(\sigma \neq 5)$, n = 5, poziom istotności 0,05;

Zadanie 3.16
Korzystając z podanych informacji sprawdź sugerowane hipotezy.
Zakładamy, że rozpatrywana cecha ma rozkład normalny. $H_0(m = 7)$,
(a) $H_1(m < 7)$, n = 5, średnia = 6, s = 1, poziom istotności 0,08;
(b) $H_1(m > 7)$, n = 10, średnia = 8, $s^2 = 4$, poziom istotności 0,02;
(c) $H_1(m \neq 7)$, n = 15, średnia = 9, $s^2 = 9$, poziom istotności 0,05;

Zadanie 3.17
Korzystając z podanych informacji sprawdź sugerowane hipotezy.
$H_0(m = 7)$, n = 400
(a) $H_1(m < 7)$, średnia = 6, s = 1, poziom istotności 0,08;
(b) $H_1(m > 7)$, średnia = 8, $s^2 = 4$, poziom istotności 0,02;
(c) $H_1(m \neq 7)$, średnia = 9, $s^2 = 9$, poziom istotności 0,05;

Zadanie 3.18
Korzystając z podanych informacji sprawdź sugerowane hipotezy.
$H_0(p = 0{,}4)$, n = 400.
(a) $H_1(p > 0{,}4)$, liczba sukcesów = 200, poziom istotności 0,08;
(b) $H_1(p < 0{,}4)$, liczba sukcesów = 150, poziom istotności 0,03;
(c) $H_1(p \neq 0{,}4)$, wskaźnik struktury = 0,5, poziom istotności 0,06;

Zadanie 3.19
Korzystając z podanych informacji sprawdź sugerowane hipotezy.
$H_0(p = 0{,}4)$,

(a) $H_1(p > 0,4)$, $n = 25$, liczba sukcesów = 15, poziom istotności 0,04;
(b) $H_1(p < 0,4)$, $n = 10$, liczba sukcesów = 3, poziom istotności 0,03;
(c) $H_1(p \neq 0,4)$, $n = 16$, wskaźnik struktury = 0,5, poziom istotności 0,09;
Skorzystaj z modelu dla małych prób.

Zadanie 3.20
Korzystając z polecenia „Generowanie liczb pseudolosowych" modułu „ANALIZA DANYCH" programu EXCEL wygeneruj 100 liczb o rozkładzie jednostajnym w przedziale (0; 4).
Przyjmując poziom istotności równy 0,02; stosując funkcję Z.TEST zweryfikować hipotezy $m = 2$ i $m \neq 2$.

Zadanie 3.20a (k – wybrana liczba naturalna k = 1, 2, …., 30),
Korzystając z polecenia „Generowanie liczb pseudolosowych" modułu „ANALIZA DANYCH" programu EXCEL wygeneruj 100 + 10*k liczb o rozkładzie jednostajnym w przedziale (0; k).
Przyjmując poziom istotności równy 0,05; stosując funkcję Z.TEST zweryfikować hipotezy $m = k/2$ i $m \neq k/2$.

Zadanie 3.21
Korzystając z polecenia „Generowanie liczb pseudolosowych" modułu „ANALIZA DANYCH" programu EXCEL wygeneruj 200 liczb o rozkładzie zerojedynkowym z parametrem $p = 0,75$.
Przyjmując poziom istotności równy 0,04; stosując funkcję Z.TEST zweryfikować hipotezy $p = 0,75$ i $p \neq 0,75$.

Zadanie 3.21a (k – wybrana liczba naturalna k = 1, 2, …., 30),
Korzystając z polecenia „Generowanie liczb pseudolosowych" modułu „ANALIZA DANYCH" programu EXCEL wygeneruj 200 + 10*k liczb o rozkładzie zerojedynkowym z parametrem $p_0 = 0,2 + 0,02*k$. Przyjmując poziom istotności równy 0,05; stosując funkcję Z.TEST zweryfikować hipotezy $p = p_0$ i $p \neq p_0$.

Zadanie 3.22
Korzystając z polecenia „Generowanie liczb pseudolosowych" modułu „ANALIZA DANYCH" programu EXCEL wygeneruj dwa ciągi po 100 liczb o rozkładzie N(1; 2).
Przyjmując poziom istotności równy 0,08; stosując funkcję T.TEST zweryfikować hipotezy $m_1 = m_2$ i $m_1 \neq m_2$.

Zadanie 3.22a (k – wybrana liczba naturalna k = 1, 2, …., 30),
Korzystając z polecenia „Generowanie liczb pseudolosowych" modułu „ANALIZA DANYCH" programu EXCEL wygeneruj dwa ciągi po 100 + 10*k liczb o rozkładzie N(k; 2).
Przyjmując poziom istotności równy 0,05; stosując funkcję T.TEST zweryfikować hipotezy $m_1 = m_2$ i $m_1 \neq m_2$.

Zadanie 3.23
Korzystając z danych z poprzedniego zadania, przyjmując poziom istotności równy 0,08; stosując funkcję F.TEST zweryfikować hipotezy $\sigma_1 = \sigma_2$ i $\sigma_1 \neq \sigma_2$.

Zadanie 3.24
Z partii towaru wybrano próbę liczącą 400 sztuk. W próbie tej było 180 sztuk wadliwych. Przyjmując poziom istotności równy 0,01; zweryfikować hipotezy $p = 0,5$ i $p < 0,5$. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie3.25
Badając próbę 400 „małpeczk” o nominalnej pojemności 50 ml stwierdzono, że średnia pojemność jest równa 47,1 ml a odchylenie standardowe w tej próbie jest równe 5,8 ml. Na poziomie istotności $\alpha = 0{,}01$ sprawdzić czy konsument nie jest oszukiwany, czyli zweryfikować hipotezy $m = 50$ i $m < 50$. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.26 L-1
Na podstawie pomiarów geodezyjnych przyjęto, że odległość AB jest równa 873m. Dokonano 10 nowych pomiarów odległości AB i otrzymano średnią z próby 874,5m. Zakładając, że pomiary te mają rozkład normalny N(m, 1). Przyjmując poziom istotności równy 0,05; zweryfikować hipotezy m = 873 i m > 875. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.27 L-2
Badana cecha ma rozkład $N(m, \sigma)$. Na podstawie próby 15-elementowej otrzymano odchylenie standardowe $s_{15} = 4{,}5$. Przyjmując poziom istotności równy 0,02; zweryfikować hipotezy $\sigma = 4$ i $\sigma > 4$. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.28 L-3
Badając 400 pudełek z zapałkami stwierdzono, że średnia liczba zapałek w pudełku jest równa 47,1 szt. a odchylenie standardowe w tej próbie jest równe 5,8 szt. Na poziomie istotności $\alpha = 0{,}01$ zweryfikować hipotezy $m = 48$ i $m < 48$. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.29 L-4
Badana cecha ma rozkład $N(m, 2)$. Na podstawie próby 6-elementowej o wartościach 3,2; 6,1; 4,3; 2,8; 3,7; 4,8 zweryfikować hipotezy $m = 4$ i $m \neq 4$. Przyjmij poziom istotności równy 0,05. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.30 L-5
Badana cecha ma rozkład $N(m, \sigma)$. Dokonując 50 pomiarów otrzymano następujące rezultaty:

[20, 30)	7 pomiarów,
[30, 40)	18 pomiarów,
[40, 50)	20 pomiarów,
[50, 60)	5 pomiarów,

Przyjmując poziom istotności równy 0,01; zweryfikować hipotezy $\sigma = 10$ i $\sigma \neq 10$. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.31 L-6
Zużycie energii elektrycznej ma rozkład $N(m, \sigma)$. Na podstawie próby 10-elementowej o wartościach:

104; 100; 105; 112; 106; 105; 102; 107;106; 101

zweryfikować hipotezy $m = 105$ i $m \neq 105$. Przyjmij poziom istotności równy 0,05. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.32 L-7

Zmierzono średnicę 11 losowo wybranych śrub wytwarzanych przez automat i uzyskano następujące wyniki pomiarów (w mm)

5,2; 5,4; 5,6; 5,5; 4,9; 5,1; 5,3; 5,1; 4,9; 4,6; 5,6

Zakładając, że średnice mają rozkład $N(m, \sigma)$ zweryfikować hipotezy $\sigma^2 = 0{,}4$ i $\sigma^2 \neq 0{,}4$. Przyjmij poziom istotności równy 0,05. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.33 L-8

Zmierzono zużycie 10 losowo wybranych sprzęgieł i uzyskano następujące wyniki pomiarów

2650; 2895; 2354; 2130; 2030; 1986; 2467; 2850; 2180; 2568

Zakładając, że zużycie ma rozkład $N(m, \sigma)$ zweryfikować hipotezy $m = 2300$ i $m > 2300$. Przyjmij poziom istotności równy 0,025. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.34 L-9

Badając 160 losowo wybranych telewizorów stwierdzono, że ich średnia czułość jest równa 504μV a odchylenie standardowe w tej próbie jest równe 24,6μV. Na poziomie istotności $\alpha = 0{,}05$ zweryfikować hipotezy $m = 500\mu V$ i $m > 500\mu V$. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Zadanie 3.35 L-10

Badana cecha ma rozkład $N(m, \sigma)$. Na podstawie próby 5-elementowej o wartościach 2,4; 3,1; 2,6; 4,2; 0,3 zweryfikować hipotezy $\sigma = 1$ i $\sigma < 1$. Przyjmij poziom istotności równy 0,1. Ile wynosi krytyczny poziom istotności?

Błędy decyzji w teście sprawdzającym hipotezę H_0.

	Decyzja	
	Przyjmujemy H_0	Odrzucamy H_0
H_0 - prawdziwa	Decyzja właściwa	**Błąd I rodzaju**
H_0 - fałszywa	**Błąd II rodzaju**	Decyzja właściwa

Prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju wynosi: $P(U_n \in K \mid H_0) = \alpha$

Prawdopodobieństwo popełnienia błędu II rodzaju wynosi: $P(U_n \notin K \mid H_1) = \beta$

Testy do weryfikacji hipotez o wartości oczekiwanej

I. Cecha *X* populacji ma rozkład normalny N(m , σ),
σ jest znane Hipoteza zerowa $H_0(m = m_0)$

H_1	U_n	***Zbiór kryt.* K**	Wyznaczanie liczby *k*	Nr testu
$H_1(m > m_0)$	$\dfrac{\overline{X} - m_0}{\sigma / \sqrt{n}}$	$< k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$	1
$H_1(m < m_0)$		$(-\infty\ ;\ -k >$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$	2
$H_1(m \neq m_0)$		$(-\infty; -k > \cup < k\ ; \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \dfrac{\alpha}{2}$	3

II. Cecha *X* populacji ma rozkład normalny N(m , σ),
σ nie jest znane. Hipoteza zerowa $H_0(m = m_0)$

H_1	U_n	Zbiór kryt. K	Wyznaczanie liczby *k*	Nr testu
$H_1(m > m_0)$	$\dfrac{\overline{X} - m_0}{S / \sqrt{n-1}}$	$< k\ ;\ \infty)$	$P(\lvert T_{n-1} \rvert \geq k) = 2\alpha$	4
$H_1(m < m_0)$		$(-\infty\ ;\ -k >$	$P(\lvert T_{n-1} \rvert \geq k) = 2\alpha$	5
$H_1(m \neq m_0)$		$(-\infty; -k > \cup < k\ ; \infty)$	$P(\lvert T_{n-1} \rvert \geq k) = \alpha$	6

III. Cecha *X* populacji ma dowolny rozkład, próba jest liczna n > 60.
Hipoteza zerowa $H_0(m = m_0)$

H_1	U_n	Zbiór kryt. K	Wyznaczanie liczby k	Nr testu
$H_1(m > m_0)$	$\dfrac{\overline{X} - m_0}{S / \sqrt{n}}$	$< k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$	7
$H_1(m < m_0)$		$(-\infty\ ;\ -k >$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$	8
$H_1(m \neq m_0)$		$(-\infty; -k > \cup < k\ ; \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \dfrac{\alpha}{2}$	9

Test do weryfikacji hipotezy o prawdopodobieństwie sukcesu

Cecha X populacji ma rozkład zerojedynkowy $P(X=1)=p,\ P(X=0)=1-p,\quad p\in(0;1)$

Hipoteza zerowa $H_0(p=p_0)$ Próba liczna n>100

H_1	U_n	Zbiór kryt. K	Wyznaczanie liczby k	Nr testu
$H_1(p>p_0)$	$\frac{W-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}\sqrt{n}$	$<k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k)=1-\alpha$	10
$H_1(p<p_0)$	W – średnia częstość	$(-\infty\ ;\ -k>$	$\Phi(k)=1-\alpha$	11
$H_1(p\neq p_0)$	sukcesu $W=\frac{k}{n}$	$(-\infty\ ;\ -k>\cup<k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k)=1-\frac{\alpha}{2}$	12

Test do weryfikacji hipotez o odchyleniu standardowym

Cecha X populacji ma rozkład normalny N(m , σ).

Hipoteza zerowa $H_0(\sigma=\sigma_0)$

H_1	U_n	***Zbiór kryt.* K**	Wyznaczanie liczb k i l	Nr testu
$H_1(\sigma>\sigma_0)$	$\frac{nS^2}{\sigma_0^2}$	$<k\ ;\ \infty)$	$P(Y_{n-1}\geq k)=\alpha$	13
$H_1(\sigma<\sigma_0)$		$(0\ ;\ k>$	$P(Y_{n-1}\geq k)=1-\alpha$	14
$H_1(\sigma\neq\sigma_0)$		$(0\ ;\ k>\cup<l\ ;\ \infty)$	$P(Y_{n-1}\geq l)=\alpha/2$ $P(Y_{n-1}\geq k)=1-\alpha/2$	15

Uwaga: dla n>30 można stosować statystykę $U=\sqrt{2\frac{nS^2}{\sigma_0^2}}-\sqrt{2(n-1)-1}$ o rozkładzie N(0,1).

Testy do porównywania wartości oczekiwanych

Badane są dwie cechy X i Y różnych populacji. Zakładamy, że cechy te są zmiennymi losowymi niezależnymi. Z populacji, w której badana jest cecha X pobrano próbę n_1 elementową, natomiast z drugiej populacji pobrano próbę n_2 elementową.

1. Cechy X i Y mają rozkłady normalne odpowiednio $N(m_1,\sigma_1),\ N(m_2,\sigma_2)$, przy czym odchylenia standardowe σ_1 i σ_2 są znane.

Hipoteza zerowa $H_0(m_1=m_2)$

H_1	$U_{n_1n_2}$	Zbiór kryt. K	Wyznaczanie liczby k	Nr testu
$H_1(m_1>m_2)$	$\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$<k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k)=1-\alpha$	16
$H_1(m_1<m_2)$		$(-\infty\ ;\ -k>$	$\Phi(k)=1-\alpha$	17
$H_1(m_1\neq m_2)$		$(-\infty\ ;\ -k>\cup<k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k)=1-\frac{\alpha}{2}$	18

2a. Cechy X i Y mają rozkłady normalne odpowiednio $N(m_1,\sigma)$, $N(m_2,\sigma)$, przy czym odchylenia standardowe obu cech są sobie równe i nie są znane.

Hipoteza zerowa $H_0(m_1 = m_2)$

H_1	$U_{n_1 n_2}$	Zbiór kryt. K	Wyznaczanie liczby k	Nr testu
$H_1(m_1 > m_2)$	$\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\dfrac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1+n_2-2}\cdot\dfrac{n_1+n_2}{n_1 n_2}}}$	$< k\ ;\ \infty)$	$P(\lvert T_{n_1+n_2-2}\rvert \geq k) = 2\alpha$	19
$H_1(m_1 < m_2)$		$(-\infty\ ;\ -k >$	$P(\lvert T_{n_1+n_2-2}\rvert \geq k) = 2\alpha$	20
$H_1(m_1 \neq m_2)$		$(-\infty\ ;\ -k > \cup$ $\cup < k\ ;\ \infty)$	$P(\lvert T_{n_1+n_2-2}\rvert \geq k) = \alpha$	21

2b. Cechy X i Y mają rozkłady normalne odpowiednio $\mathrm{N}(\mathrm{m}_1,\sigma_1)$, $\mathrm{N}(\mathrm{m}_2,\sigma_2)$, przy czym σ_1 *i* σ_2 nie są sobie równe i nie są znane.

Hipoteza zerowa $\mathrm{H}_0(\mathrm{m}_1 = \mathrm{m}_2)$.

Hipoteza alternatywna	Sprawdzian U	Zbiór krytyczny K	Wyznaczanie liczby k	Nr testu
$\mathrm{H}_1(\mathrm{m}_1 > \mathrm{m}_2)$	$\dfrac{\overline{\mathrm{X}}-\overline{\mathrm{Y}}}{\sqrt{\dfrac{\mathrm{S}_1^2}{\mathrm{n}_1-1}+\dfrac{\mathrm{S}_2^2}{\mathrm{n}_2-1}}}$	$< \mathrm{k}\ ;\ \infty)$ $k = \dfrac{\dfrac{k_1 S_1^2}{n_1-1}+\dfrac{k_2 S_2^2}{n_2-1}}{\dfrac{S_1^2}{n_1-1}+\dfrac{S_2^2}{n_2-1}}$	gdzie $P(\lvert T_{n_1-1}\rvert \geq k_1) = 2\alpha$ $P(\lvert T_{n_2-1}\rvert \geq k_2) = 2\alpha$	22
$\mathrm{H}_1(\mathrm{m}_1 < \mathrm{m}_2)$		$(-\infty\ ;\ -\mathrm{k} >$ k jw.	$P(\lvert T_{n_1-1}\rvert \geq k_1) = 2\alpha$ $P(\lvert T_{n_2-1}\rvert \geq k_2) = 2\alpha$	23
$\mathrm{H}_1(\mathrm{m}_1 \neq \mathrm{m}_2)$		$(-\infty\ ;\ -k > \cup < k\ ;\ \infty)$ k jw.	$P(\lvert T_{n_1-1}\rvert \geq k_1) = \alpha$ $P(\lvert T_{n_2-1}\rvert \geq k_2) = \alpha$	24

3. Cechy X i Y mają rozkłady dowolne o wartościach oczekiwanych m_1, m_2, przy czym próby są liczne, $n_1,\ n_2 > 100$.

$H_0(m_1 = m_2)$

H_1	$U_{n_1 n_2}$	Zbiór kryt. K	Wyznaczanie liczby k	Nr testu
$H_1(m_1 > m_2)$	$\dfrac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}}$	$< k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k) = 1-\alpha$	25
$H_1(m_1 < m_2)$		$(-\infty\ ;\ -k >$	$\Phi(k) = 1-\alpha$	26
$H_1(m_1 \neq m_2)$		$(-\infty\ ;\ -k > \cup < k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k) = 1-\dfrac{\alpha}{2}$	27

Test do porównywania prawdopodobieństw sukcesu.

Badane są dwie cechy X i Y różnych populacji o rozkładach zerojedynkowych,

$$P(X=1)=p_1,\quad P(X=0)=1-p_1,\quad P(Y=1)=p_2,\quad P(Y=0)=1-p_2,$$

Z populacji, której badana jest cecha X pobrano próbę n_1 elementową, natomiast z drugiej populacji pobrano próbę n_2 elementową. Obie próby są liczne n_1, n_2>100.

Hipoteza zerowa: $H_0(p_1=p_2)$

H_1	$U_{n_1 n_2}$	Zbiór kryt. K	Wyznaczanie liczby k	Nr testu
$H_1(p_1>p_2)$	$\dfrac{W_1-W_2}{\sqrt{\overline{W}(1-\overline{W})\cdot\dfrac{n_1+n_2}{n_1 n_2}}}$	$<k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k)=1-\alpha$	28
$H_1(p_1<p_2)$		$(-\infty\ ;\ -k>$	$\Phi(k)=1-\alpha$	29
$H_1(p_1\neq p_2)$		$(-\infty\ ;\ -k>\cup<k\ ;\ \infty)$	$\Phi(k)=1-\dfrac{\alpha}{2}$	30

W_1, W_2 średnie częstości sukcesów w poszczególnych próbach,

$$W_1=k_1/n_1,\quad W_2=k_2/n_2,$$

$\overline{W}=(k_1+k_2)/(n_1+n_2)$ - średnia częstość sukcesu w połączonych próbach,

$$\overline{W}=\frac{n_1}{n_1+n_2}\cdot W_1+\frac{n_1}{n_1+n_2}\cdot W_2$$

Uwaga.
Dla małej próby należy stosować statystykę:

$$U=\left(2arcsin\sqrt{w_1}-2arcsin\sqrt{w_2}\right)\sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1+n_2}}$$

która ma w przybliżeniu rozkład N(0, 1).

Test do weryfikacji hipotez o porównywaniu wariancji

Cechy X i Y mają rozkłady normalne odpowiednio $N(m_1,\sigma_1)$, $N(m_2,\sigma_2)$. Z populacji, w której badana jest cecha X pobrano próbę n_1 elementową, natomiast z drugiej populacji pobrano próbę n_2 elementową.

Hipoteza zerowa $H_0(\sigma_1^2=\sigma_2^2)$

Hipoteza alternatywna	Sprawdzian U	Zbiór krytyczny K	Wyznaczanie liczb k i l	Nr testu
$H_1(\sigma_1^2>\sigma_2^2)$	$\dfrac{\hat{S}^2_{n_1}}{\hat{S}^2_{n_2}}$	$<k\ ;\ \infty)$	$P(F_{n_1-1;n_2-1}\geq k)=\alpha$	31
$H_1(\sigma_1^2<\sigma_2^2)$		$(0\ ;\ k>$	$P(F_{n_1-1;n_2-1}\geq k)=1-\alpha$	32
$H_1(\sigma_1^2\neq\sigma_2^2)$		$(0\ ;\ k>\cup<l\ ;\ \infty)$	$P(F_{n_1-1;n_2-1}\geq k)=1-\alpha/2$ $P(F_{n_1-1;n_2-1}\geq l)=\alpha/2$	33

22.11.2020