

ZL - STATYSTYKA - Zadania do oddania

Parametr k = liczba trzycyfrowa, dwie ostatnie cyfry to dwie ostatnie cyfry numeru indeksu, pierwsza cyfra to pierwsza cyfra liczby liter pierwszego imienia.

Poszczególne zadania oddajemy na oddzielnych kartkach!

Zadanie 1

Rozkład ocen ze statystyki w na pewnym wydziale przedstawiono poniżej

Ocena	2	3	4	5
Liczba studentów	$k - 30$	$k - 10$	k	$k - 10$

Obliczyć i zinterpretować charakterystyki położenia, zróżnicowania i asymetrii.
Wykonaj wykres kołowy i histogram.

Zadanie 2

Badano roczne wydatki (w zł) na książki 60 osób. Wyniki zestawiono w tabeli:

Przedział wydatków	$k-30 \div k-20$	$k-20 \div k-10$	$k-10 \div k$	$k \div k+10$	$k+10 \div k+20$	$k+20 \div k+30$
Ilość osób	4	6	15	20	10	5

Obliczyć i zinterpretować charakterystyki położenia, zróżnicowania i asymetrii.

Zadanie 3.

Poziom obrotów pewnej firmy w kolejnych 9 miesiącach kształtowała się następująco:

Miesiąc	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Obroty	$k-30$	$k-15$	$k-20$	$k-10$	k	$k+5$	$k+10$	$k+5$	$k+20$

Wyznaczyć ciąg indeksów o stałej podstawie ($I = 100\%$)

Wyznaczyć ciąg indeksów łańcuchowych.

Wyznaczyć średnie tempo dynamiki obrotów tej firmy w ciągu 9 miesięcy.

Porównać średnie tempo dynamiki badanego zjawiska w trzech pierwszych i w trzech ostatnich miesiącach.

Zadanie 4

Informacje o eksporcie towarów A i B w latach 2000 i 2003 przedstawia poniższa tabela.

Towar	Ilość (tys. szt.)		cena jednostkowa(zł)	
	2000	2003	2000	2003
A	k	$k - 50$	10	15
B	k	$k - 20$	20	25

Obliczyć indeksy: wartości, ilości i cen. Skomentować otrzymane wyniki.

Zadanie 5

Y – wydajność (setki szt. na zatrudnionego),

X – zatrudnienie (osoby),

Dane z lat 1999 ÷ 2003:

Rok	1999	2000	2001	2002	2003
X	$k + 20$	$k + 10$	k	$k - 5$	$k - 10$

Y	$k - 20$	$k - 5$	k	$k + 10$	$k + 30$
-----	----------	---------	-----	----------	----------

Obliczyć współczynnik korelacji Pearsona między cechami X i Y .

Wyznaczyć równanie prostej regresji cechy Y względem X . Wykonać wykres otrzymanej prostej i danych punktów.

Wyznaczyć błędy standardowe współczynników prostej regresji.

Obliczyć współczynnik determinacji i podać jego interpretację.

Wyznaczyć prognozę wydajności na rok 2004 jeśli planowane zatrudnienie w tym roku ma wynosić $k - 15$ osób. Ocenić dokładność wyznaczonej prognozy.

Zadanie 6

Y – zadłużenie (tys. zł),

X – wartość produkcji sprzedanej (tys. zł),

Dane ze 100 firm przedstawiono w tablicy korelacyjnej:

$X \backslash Y$	$k - 20$	$k - 10$	k	$k + 10$	$k + 20$
$k - 20$	0	0	0	5	20
$k - 10$	0	0	0	5	5
k	0	0	30	0	0
$k + 10$	10	10	0	0	0
$k + 20$	10	5	0	0	0

Obliczyć współczynnik korelacji Pearsona między cechami X i Y .

Wyznaczyć równanie prostej regresji cechy Y względem X .

Zadanie 7

Zmienna losowa X ma rozkład określony funkcją prawdopodobieństwa:

x_k	-1	0	$0,01k$
p_k	$\frac{1}{0,1k}$	$\frac{0,1k - 3}{0,1k}$	$\frac{2}{0,1k}$

- wyznaczyć dystrybucję tej zmiennej losowej i naszkicować jej wykres,
- obliczyć $P(X > 0)$, $P(X \geq 0)$, $P(X < 1)$, $P(|X| \geq 1)$,
- obliczyć EX , D^2X .

Zadanie 8.

X jest zmienną losową o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} c & \text{dla } x \in [-0,01k - 2; -0,01k - 1] \cup [0,01k + 2; 0,01k + 4] \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases}$$

- wyznaczyć c ,
- wyznaczyć dystrybucję,
- obliczyć $P(-0,01k - 1,5 \leq X \leq 0,01k + 3)$ i zinterpretować na wykresie gęstości,
- wyznaczyć x , aby $P(X \geq 0,25)$,
- obliczyć EX , D^2X
- $Y = -2X + 1$. Oblicz EY , D^2Y .

Zadanie 9.

Prawdopodobieństwo wygrania nagrody na loterii wynosi $0,0001 \cdot k$. Korzystając z przybliżenia Poissona wyznaczyć prawdopodobieństwo, że wśród 1000 osób grających na tej loterii:

- a) żadna nie wygra,
- b) wygrają 2 osoby,
- c) wygrają co najmniej 3 osoby,

Zadanie 10.

Zmienna losowa X ma rozkład $N(-k; 0,1 \cdot k)$.

Obliczyć:

- a) $P(X > -0,9 \cdot k)$,
- b) $P(X < -0,95 \cdot k)$,
- c) $P(|X + k| < 0,15k)$

Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.

Zadanie 11.

Zmienna losowa X ma rozkład $N(-k; 0,01 \cdot k)$.

Wyznaczyć x aby:

- a) $P(X > x) = 0,98$,
- b) $P(X < x) = 0,01$,
- c) $P(|X + k| > x) = 0,05$.

Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.

Zadanie 12.

- a) Zmienna losowa X ma rozkład $N(k; 0,1 \cdot k)$. Obliczyć $P(0,9k < \bar{X}_9 < 0,95k)$,
- b) Zmienna losowa X ma rozkład $N(m; 0,01 \cdot k)$. Obliczyć $P(S_{10}^2 < 0,02k)$,
- c) Zmienna losowa X ma rozkład $N(k; 0,01 \cdot k)$. Obliczyć $P(S_{10}^{0.2} > 0,03k)$,
- d) Zmienna losowa X ma rozkład $N(-0,1k; \sigma)$. $S_{10}^2 = 25$. Obliczyć $P(\bar{X}_{10} < 0,85k)$.

Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresach odpowiednich gęstości.

Zadanie 13.

Cecha X ma rozkład $N(m; \sigma)$. Dokonano 10 pomiarów tej cechy i obliczono, że $\bar{x} = k$, $s = 0,1 \cdot k$.

Przyjmując poziom ufności $1 - \alpha = 0,98$

- a) Oszacować przedziałem ufności parametr m ,
- b) Wyznaczyć błąd względny tego oszacowania,
- c) Jak liczna powinna być próba aby błąd względny wynosił $0,01 \cdot k\%$?

Zadanie 14A.

Cecha X ma rozkład $N(m; 0,1 \cdot k)$. Dokonano 9 pomiarów tej cechy i obliczono, że $\bar{x} = k$. Przyjmując poziom ufności $1 - \alpha = 0,9 + 0,0001 \cdot k$

- a) Oszacować przedziałem ufności parametr m ,
- b) Wyznaczyć błąd względny tego oszacowania,
- c) Jak liczna powinna być próba aby błąd względny wynosił $0,01 \cdot k\%$?

Zadanie 14B.

Dokonano 120 pomiarów badanej cechy X i obliczono, że $\bar{x} = k$, $s = 0,5 \cdot k$. Przyjmując poziom ufności $1 - \alpha = 1 - 0,0001 \cdot k$

- a) Oszacować przedziałem ufności parametr m ,
- b) Wyznaczyć błąd względny tego oszacowania,
- c) Jak liczna powinna być próba aby błąd względny wynosił $0,01 \cdot k\%$?

Zadanie 15.

W losowo wybranej próbie $100 + |k - 500|$ wyborców, $10 + |k - 500|$ osób zadeklarowało udział w zbliżających się wyborach. Przyjmując poziom ufności $1 - \alpha = 0,94$

- a) Oszacować przedziałem ufności procent wszystkich uprawnionych osób, które wezmą udział w zbliżających się wyborach,
- b) Wyznaczyć błąd względny tego oszacowania,
- c) Jak liczna powinna być próba aby błąd względny wynosił 3% ?

Zadanie 16.

Cecha X ma rozkład $N(m; \sigma)$. Dokonano 10 pomiarów tej cechy i obliczono, że $s = 0,01 \cdot k$.

Przyjmując poziom ufności $1 - \alpha = 0,95$

Oszacować przedziałem ufności parametr σ ,

Zadanie 17.

W losowo wybranej próbie $100 + |k - 500|$ wyborców, $10 + |k - 500|$ osób zadeklarowało udział w zbliżających się wyborach.

- a) Na poziomie istotności $\alpha = 0,04$ sprawdzić hipotezę, że $50,1\%$ ogółu wyborców weźmie udział w zbliżających się wyborach.
- b) Błąd którego rodzaju możemy popełnić podejmując decyzję dotyczącą rozpatrywanych hipotez,
- c) Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 18A.

Cecha X ma rozkład $N(m; 0,1k)$. Dokonano 9 pomiarów tej cechy i obliczono, że $\bar{x} = k$.

- a) Na poziomie istotności $\alpha = 0,0001 \cdot k$ sprawdzić hipotezy $H_0(m = 0,94 \cdot k)$, $H_1(m > 0,94 \cdot k)$
- b) Błąd którego rodzaju możemy popełnić podejmując decyzję dotyczącą powyższych hipotez,
- c) Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 18B.

Cecha X ma rozkład $N(m; \sigma)$. Dokonano 10 pomiarów tej cechy i obliczono, że $\bar{x} = k$, $s = 0,1 \cdot k$.

- a) Na poziomie istotności $\alpha = 0,02$ sprawdzić hipotezy $H_0(m = 0,94 \cdot k)$, $H_1(m \neq 0,94 \cdot k)$
- b) Błąd którego rodzaju możemy popełnić podejmując decyzję dotyczącą powyższych hipotez,
- c) Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 18C.

Dokonano 120 pomiarów badanej cechy X i obliczono, że $\bar{x} = k$, $s = 0,5 \cdot k$.

- a) Na poziomie istotności $\alpha = 0,0001 \cdot k$ sprawdzić hipotezy $H_0(m = 1,05 \cdot k)$, $H_1(m < 1,05 \cdot k)$
- b) Błąd którego rodzaju możemy popełnić podejmując decyzję dotyczącą powyższych hipotez,
- c) Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 19.

Cecha X ma rozkład $N(m; \sigma)$. Dokonano 10 pomiarów tej cechy i obliczono, że $s^2 = 0,01 \cdot k + 1$.

- a) Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezy $H_0(\sigma^2 = 0,01 \cdot k)$, $H_1(\sigma^2 > 0,01 \cdot k)$,
- b) Błąd którego rodzaju możemy popełnić podejmując decyzję dotyczącą powyższych hipotez,
- c) Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 20A.

Badano wydatki na oświatę (w zł) dorosłych mieszkańców Warszawy i Krakowa.

Dokonano 120 pomiarów badanej cechy w Krakowie i obliczono, że $\bar{x} = 0,95k$, $s = 0,5 \cdot k$.

Dokonano 180 pomiarów badanej cechy w Warszawie i obliczono, że $\bar{x} = 1,05k$, $s = 0,5 \cdot k$.

- a) Na poziomie istotności $\alpha = 0,0001 \cdot k$ sprawdzić czy wydatki na oświatę dorosłych ogółu mieszkańców Warszawy i Krakowa są takie same,
- b) Błąd którego rodzaju możemy popełnić podejmując decyzję dotyczącą powyższych hipotez,
- c) Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 21B.

Badano poparcie osób dorosłych dla wprowadzenia kary śmierci w Polsce i w Czechach. W losowo wybranych próbach liczących po $100 + |k - 500|$ osób dorosłych w tych krajach, $10 + |k - 500|$ osób w Polsce i $15 + |k - 500|$ w Czechach zadeklarowało takie poparcie.

- Na poziomie istotności $\alpha = 0,0001 \cdot k$ sprawdzić czy poparcie ogółu osób dorosłych dla wprowadzenia kary śmierci w Polsce i w Czechach jest takie samo.
- Błąd którego rodzaju możemy popełnić podejmując decyzję dotyczącą powyższych hipotez,
- Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 22.

Przez k dni rejestrowano w pewnym mieście liczbę zabójstw:

Liczba zabójstw	0	1	2	3	4
Liczba dni	$k - 80$	55	15	8	2

- Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezę, że dobową liczbę zabójstw w tym mieście ma rozkład Poissona,
- Wyznaczyć krytyczny poziom istotności,

Zadanie 23.

Pewien produkt można wytworzyć dwiema metodami produkcji. Wysunięto hipotezę, że wadliwość produkcji nie zależy od metody produkcji. Wylosowano niezależnie próbę k sztuk wyrobu i otrzymano następujące wyniki badania jakości dla poszczególnych metod:

JAKOŚĆ	METODA PRODUKCJI	
	I	II
DOBRA	40	20
ZŁA	10	$k - 70$

- Na poziomie istotności $\alpha = 0,1$ sprawdzić hipotezę o niezależności jakości produkcji od metod produkcji,
- Wyznaczyć krytyczny poziom istotności.

Uwaga.

Z zadań 14 A, B wybieramy tylko jedno.

Z zadań 18 A, B, C wybieramy tylko jedno.

Z zadań 20 A, B wybieramy tylko jedno.

Należy oddać przynajmniej 18 zadań.